

Cullera 29 de febrero-1 de marzo  
2024

# I Encuentro de la Red de Análisis Matemático y Aplicaciones

Conferenciantes:

Nilson Bernardes Jr  
Josefa Caballero  
Francisco José Cruz  
Bernardo González  
Daniel Isert  
Marta de León  
Manuel Maestre  
Alejandro Mahílllo  
Álvaro Moreno  
Andrea Olivo  
Pedro Tradacete  
Nico Schiavone

Cullera 26-28 de febrero 2024

## I Escuela-Taller Bernardo Cascales de Análisis Matemático

Profesores:

David Beltrán  
Enrique Jordá  
Elisabetta Mangino  
Daniel Seco  
Pablo Sevilla



Comité Organizador  
Salud Bartoll (UPV)  
Javier Falcó (UV)  
Antoni López (UPV)  
Félix Martínez (UPV)  
Alfred Peris (UPV)  
Francisco Rodenas (UPV)

[www.analिसismatematico.org/encuentros/2024/](http://www.analिसismatematico.org/encuentros/2024/)

# Contents

<b>1</b>	<b>Bienvenida</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Comités</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Programa</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Listado de cursos</b>	<b>5</b>
	El problema de Kakeya (David Beltrán) . . . . .	5
	Approaching Evolution Equations via Strongly Continuous Semigroups (E. Mangino) . . . . .	6
	El radio de Bohr (Pablo Sevilla) . . . . .	7
	Teoría Ergódica de Operadores (Enrique Jordá) . . . . .	8
	Espacios invariantes en análisis complejo (Daniel Seco) . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Listado de conferencias</b>	<b>9</b>
	On operators with the periodic shadowing property (Nilson Bernardes Jr.) . . . . .	9
	Estudio de soluciones de un problema de valores frontera fraccionario vía el método del operador monótono mixto (Josefa Caballero) . . . . .	10
	Hardy spaces, complex dynamics and potential theory (Francisco Cruz) . . . . .	10
	Mean inequalities in high dimensions (Bernardo González) . . . . .	11
	Group invariant variational principles (Daniel Isert) . . . . .	12
	Operadores de variación y oscilación de semigrupos asociados a los operadores de Jacobi discretos (Marta de León) . . . . .	13
	Non-standard norm attaining elements of $H^\infty(B_N)$ (Manuel Maestre) . . . . .	13
	Una nueva condición mixta entre Ritt y Kreiss (Alejandro Mahillo) . . . . .	14
	Una norma equivalente en términos de una derivada fraccionaria para el espacio de Bloch (Álvaro Moreno) . . . . .	14
	Sharp embeddings between weighted Paley-Wiener spaces (Andrea Olivo) . . . . .	15
	Recent developments in the spectral theory for non-self-adjoint Hamiltonians (Nico Schiavone) .	15
	Retículos de Banach libres (Pedro Tradacete) . . . . .	16
<b>6</b>	<b>Listado de pósteres</b>	<b>16</b>
<b>7</b>	<b>Listado de participantes</b>	<b>16</b>

# 1 Bienvenida

La “Red de Análisis Matemático y Aplicaciones” se crea con el principal objetivo de estimular y coordinar la investigación en Análisis Matemático y sus Aplicaciones en España. En ella se aúnan los esfuerzos de dos redes temáticas de investigación previas, consolidadas desde el año 2004, como eran las de “Análisis funcional y aplicaciones” y “Variable compleja, espacios de funciones y operadores entre ellos”. A ello hay que añadir un buen número de grupos de investigación dedicados al estudio del Análisis Armónico. Además, esta red tiene sus raíces en el deseo de impulsar nuestro trabajo de investigación y mejorar su calidad por medio de su difusión, tanto a nivel nacional como internacional. Desde su constitución en 2023, la red cuenta con la financiación de las ayudas a redes de investigación del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades.

En el primer trimestre de cada año, la red organiza un encuentro para los miembros de la misma. Este evento se caracteriza por ser un punto de encuentro para para investigadores en el área de trabajo del Análisis Matemático y en otras áreas relacionadas, incluyendo sus aplicaciones. El objetivo de estos encuentros es crear un ambiente propicio para el intercambio de información entre los distintos miembros de la red. En el mismo se llevan a cabo las siguientes actividades:

- Presentación de las líneas de investigación de los grupos que integran la red.
- Presentación de los temas desarrollados en la Escuela-Taller por estudiantes de la misma.
- Memoria de actividades de la red.
- Presentación de los resultados obtenidos por jóvenes doctorandos o recientes doctores.
- Charlas y ponencias de investigadores de la red.
- Propuestas y debate sobre las actividades futuras.

Por otro lado, siguiendo la tradición iniciada en las redes temáticas iniciales, se desarrolla la “Escuela-Taller Bernardo Cascales”. El objetivo fundamental de la misma es fomentar el Análisis Matemático entre jóvenes, facilitar su contacto y el conocimiento de nuestros grupos. Es por tanto nuestra intención acercar a estudiantes a nuestros grupos, ayudándoles, si así lo deciden, a incorporarse en un futuro investigador a los mismos. Durante la escuela-taller se desarrollan minicursos introductorios al Análisis Matemático y Aplicaciones para asistentes, asumiendo que poseen una formación mínima de último curso de Grado en Matemáticas. Para un mejor aprovechamiento de la escuela es deseable que estudiantes participantes tengan conocimientos básicos de espacios de Hilbert y Banach, análisis armónico y complejo, y ecuaciones diferenciales.

Desde los Comités Científico y Organizador damos la bienvenida a los participantes a la ciudad de Cullera. Deseamos que disfruten de la estancia y de las actividades matemáticas organizadas.

## 2 Comités

### Comité Científico

---

David Alonso (Univ. de Zaragoza)

Jorge Betancor (Univ. de La Laguna)

José Bonet (Univ. Politècnica de València)

María Jesús Carro (Univ. Complutense de Madrid)

Manuel Contreras (Univ. de Sevilla)

Eva Gallardo (Univ. Complutense de Madrid)

Joaquim Ortega-Cerdà (Univ. de Barcelona)

José Ángel Peláez (Univ. de Málaga)

Carlos Pérez (Basque Center for Appl. Math.)

Alfred Peris (Univ. Politècnica de València)

María del Carmen Reguera (Univ. de Málaga)

Luz Roncal (Basque Center for Appl. Math.)

Abraham Rueda (Universidad de Murcia)

Xavier Tolsa (Univ. Autònoma de Barcelona)

Ana Vargas (Univ. Autónoma de Madrid)

Salud Bartoll (Univ. Politècnica de Valencia)	Félix Martínez (Universitat Politècnica de Valencia)
Javier Falcó (Univ. de València)	Alfred Peris (Univ. Politècnica de Valencia)
Antoni López (Univ. Politècnica de Valencia)	Francisco Rodenas (Univ. Politècnica de Valencia)

### 3 Programa

#### I Escuela-Taller de Análisis Matemático 26 de febrero

---

09:00 - 09:10	Inaguración
09:10 - 09:55	Taller “El problema de Kakeya” (David Beltrán)
10:05 - 10:50	Taller “Approaching Evolution Equations via Strongly Continuous Semigroups” (Elisabetta Mangino)
10:50 - 11:10	Descanso
11:10 - 11:55	Taller “El radio de Bohr” (Pablo Sevilla)
12:05 - 12:50	Taller “Teoría Ergódica de Operadores” (Enrique Jordá)
13:00 - 13:45	Taller “Espacios invariantes en análisis complejo” (Daniel Seco)
13:45 - 15:30	Comida
15:30 - 18:30	Sesiones trabajo

#### 27 de febrero

---

09:30 - 13:30	Sesiones trabajo
13:30 - 15:30	Comida
15:30 - 18:30	Sesiones trabajo

#### 28 de febrero

---

09:30 - 13:30	Sesiones trabajo
13:30 - 15:30	Comida
15:30 - 18:30	Sesiones trabajo

**I Encuentro de la Red de Análisis Matemático y Aplicaciones**  
**29 de febrero**

---

09:00 - 9:20	Bienvenida
09:20 - 10:05	Ponencia estudiantes taller “El problema de Kakeya”
10:10 - 10:55	Ponencia estudiantes taller “Approaching Evolution Equations via Strongly Continuous Semigroups”
11:00 - 11:30	Café
11:30 - 12:15	Ponencia estudiantes taller “El radio de Bohr”
12:20 - 12:50	Charla “Mean inequalities in high dimensions” (Bernardo González)
12:55 - 13:05	Bienvenida del Alcalde de Cullera
13:05 - 13:35	Charla “Operadores de variación y oscilación de semigrupos asociados a los operadores de Jacobi discretos” (Marta de León)
13:35 - 13:55	Reunión Red
13:55 - 15:30	Comida
15:30 - 16:00	Charla “Non-standard norm attaining elements of $H^\infty(B_N)$ ” (Manuel Maestre)
16:05 - 16:35	Charla “Sharp embeddings between weighted Paley-Wiener spaces” (Andrea Olivo)
16:40 - 17:10	Charla “Recent developments in the spectral theory for non-self-adjoint Hamiltonians” (Nico Schiavone)
17:15 - 17:45	Charla “Retículos de Banach libres” (Pedro Tradacete)
18:00 - 20:00	Excursión Castillo de Cullera
21:00	Cena del Encuentro

**1 de marzo**

---

09:00 - 9:45	Ponencia estudiantes taller “Teoría Ergódica de Operadores”
09:50 - 10:35	Ponencia estudiantes taller “Espacios invariantes en análisis complejo”
10:40 - 11:10	Charla “On operators with the periodic shadowing property” (Nilson Bernardes Jr.)
11:15 - 11:35	Café
11:35 - 12:05	Charla “Una nueva condición mixta entre Ritt y Kreiss” (Alejandro Mahillo)
12:10 - 12:40	Charla “Una norma equivalente en términos de una derivada fraccionaria para el espacio de Bloch” (Álvaro Moreno)
12:45 - 13:15	Charla “Hardy spaces, complex dynamics and potential theory” (Francisco J. Cruz)
13:30 - 15:00	Comida
15:00 - 15:30	Charla “Group invariant variational principles” (Daniel Isert)
15:35 - 16:05	Charla “Estudio de soluciones de un problema de valores frontera fraccionario vía el método del operador monótono mixto” (Josefa Caballero)
16:05 - 16:20	Clausura

## 4 Listado de cursos

---

### El problema de Kakeya

David Beltrán

Universitat de València – ✉ david.beltran@uv.es

## Resumen

Hace aproximadamente un siglo, Abram Besicovitch demostró que existen conjuntos compactos  $E \subset \mathbb{R}^n$  de medida de Lebesgue cero que contienen un segmento unidad en todas las direcciones. La conjetura de

Takeya dice que dichos conjuntos  $E$  no pueden ser más pequeños que esto, en el sentido que su dimensión de Hausdorff debe ser la misma que la del espacio ambiente. Esta conjetura ha recibido la atención de importantes analistas armónicos desde que Charles Fefferman [4] conectara, en 1971, los conjuntos de Besicovitch con el problema de sumabilidad esférica de las series de Fourier. Fue resuelta por Roy Davies [1] en 1971 para  $n = 2$ , pero sigue abierta en dimensiones mayores o igual que 3. Hoy en día, se sabe que resultados parciales en la conjetura de Takeya son claves para entender otros problemas de gran importancia en el análisis armónico, como el de restricción de la transformada de Fourier, el de sumabilidad de Bochner–Riesz para series de Fourier, o ciertos comportamientos de las soluciones de la ecuación de ondas, entre otros. Esto ha conllevado a que el problema de Takeya juegue un papel central en el Análisis Armónico moderno.

El objetivo de este curso es hacer una introducción a este problema, así cómo estudiar su variante en términos de la función maximal de Takeya y aprender algunas de las técnicas básicas para obtener resultados parciales. Se hará especial énfasis en la versión análoga en los cuerpos finitos  $\mathbb{F}_q^n$ , introducida por Thomas Wolff [7] en 1999 y resuelta por Zeev Dvir [2] en 2008 con el método polinomial. A parte de estas, dos referencias básicas serán los libros de Falconer [3] y Guth [6]. Si el tiempo lo permite, se estudiará la prueba de Larry Guth [5] de la versión multilineal de la conjetura.

## References

- [1] R.O. DAVIES. Some remarks on the Takeya problem. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **69** (1971), 417–421.
- [2] Z. DVIR. On the size of Takeya sets in finite fields. *J. Amer. Math. Soc.* **22** (2009), no.4, 1093–1097.
- [3] K. FALCONER. The geometry of fractal sets. *Cambridge Tracts in Math.* **85**, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- [4] C. FEFFERMAN. The multiplier problem for the ball. *Ann. of Math.* **94**(2) (1971), 330–336.
- [5] L. GUTH. A short proof of the multilinear Takeya inequality. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* **158** (2015), no.1, 147–153.
- [6] L. GUTH Polynomial methods in combinatorics. *Univ. Lecture Ser.* **64** American Mathematical Society, Providence, RI, 2016.
- [7] T. WOLFF. Recent work connected with the Takeya problem. *Prospects in mathematics* (Princeton, NJ, 1996). pages 129–162, 1999.

## Estudiantes ponentes

---

Rafael José Fernández-Delgado Ruiz	Francisco Sáez Rivas
Bruna Gabarró Coma	Pablo Sánchez Martínez
Rubén Jiménez Lumbreras	José Airán Santana Rivero

---

## Approaching Evolution Equations via Strongly Continuous Semigroups

Elisabetta Mangino

Università del Salento, Lecce (Italy) – ✉ [elisabetta.mangino@unisalento.it](mailto:elisabetta.mangino@unisalento.it)

## Resumen

Evolutionary Partial Differential Equations are a remarkable field of investigation with a large spectra of applications. One of the most effective approaches relies on translating the issue in an abstract Cauchy

problem on a suitably chosen infinite-dimensional Banach space  $X$ :

$$\begin{cases} u'(t) = au(t) \\ u(t_0) = u_0 \in X \end{cases}, \quad (1)$$

where  $A$  is an operator acting on  $X$ . If  $A$  is linear, a solution of (1) would arise once we are able to give meaning to the exponential  $e^{tA}$ . The theory of semigroups of bounded operator comes exactly to the aid this question, allowing to investigate well-posedness, regularity and asymptotic stability for the original evolutionary problem.

The course will present the main features of this now-a-days classical theory, illustrating its effectiveness in dealing with linear problems and also with some nonlinear evolution problems arising from reaction-diffusion equations.

### Estudiantes ponentes

---

Xabier Amutxastegi Navarraz	Yauset Cabrera Aparicio
Ane Aranaga Gutierrez	Sebastián Gómez García
Miguel Asensio Díaz	Luis Lloret Sánchez

---

## El radio de Bohr

Pablo Sevilla

Universitat Politècnica de València – ✉ psevilla@mat.upv.es

### Resumen

A principios del siglo XX Harald Bohr probó que, si  $f : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{C}$  es una función holomorfa con desarrollo de Taylor  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ , entonces

$$\sup_{|z| < 1/3} \sum_{n=0}^{\infty} |a_n z^n| \leq \sup_{|z| < 1} |f(z)|. \quad (2)$$

Además,  $r = 1/3$  es óptimo, en el sentido que es el radio del mayor disco en el que se puede tomar el supremo de la parte izquierda de la desigualdad para que ésta se verifique para toda función holomorfa.

Este resultado ha llamado la atención de multitud de matemáticos. Cuando se plantea el problema de extender este resultado, pueden adoptarse diferentes puntos de vista, que han dado lugar a interesantes líneas de investigación. Algunos de ellos son:

- Fijar  $r > 1/3$  en el supremo de la izquierda. Aparece entonces una constante en la parte derecha de la desigualdad. Estudiar su dependencia de  $r$ .
- Considerar funciones en varias variables complejas (en el polidisco  $n$ -dimensional  $\mathbb{D}^n$ ) y estudiar el problema análogo: cuál es el mayor  $r$  para el que una desigualdad como (2) (con un polidisco de radio  $r$ ) se cumple para toda función holomorfa  $f : \mathbb{D}^n \rightarrow \mathbb{C}$ . Estudiar la dependencia del número de variables.
- Considerar diferentes espacios de funciones holomorfas y encontrar el mayor  $r$  para el que una desigualdad como (2) se cumple para toda función en el espacio.
- Plantear una desigualdad análoga a (2), en la que la suma en la parte de la izquierda se reemplaza por una suma de Cesaro. Nuevamente, encontrar el mejor  $r$  posible en esta situación.

Nuestro objetivo es estudiar y analizar con detalle la prueba del resultado original de Bohr y hacer una introducción a alguna de las líneas de investigación a las que ha dado lugar.

## Estudiantes ponentes

---

Jaume Capdevila Jové	Julia Sánchez Loscertales
Juan Guerrero Viu	Antonio Soria Herrera
Mario Guillén Sánchez	Jorge Valero Mira

---

## Teoría Ergódica de Operadores

Enrique Jordá

Universitat Politècnica de València – ✉ [ejorda@mat.upv.es](mailto:ejorda@mat.upv.es)

## Resumen

Sea  $X$  un espacio de Banach y sea  $T \in L(X)$ . Se define

$$T_{[n]} = \frac{1}{n}(T + T^2 + \cdots + T^n).$$

Un operador es llamado:

- (i) De potencias acotadas si  $(\|T^n\|)$  es una sucesión acotada.
- (ii) Acotado Cesàro si  $(T_{[n]})$  es una sucesión acotada.
- (iii) Absolutamente acotado Cesàro si  $(\frac{1}{n}(\|T\| + \|T^2\| + \cdots + \|T^n\|))$  es una sucesión acotada.
  - (a) Ergódico si  $(T_{[n]})$  es convergente en la topología fuerte de operadores.
  - (b) Débilmente ergódico si la sucesión  $(T_{[n]})$  es convergente en la topología débil de operadores.
  - (c) Uniformemente ergódico si la sucesión  $(T_{[n]})$  es convergente en norma.

El objetivo del taller es relacionar estos conceptos de acotación y convergencia, presentando teoremas clásicos como los de Von Neumann, Lorch, Yosida, Dunford y Lin, y algunos más recientes como el de Fonf, Lin y Wojtaszczyk. También se introducirá la línea de investigación relativa al estudio de propiedades ergódicas en operadores concretos que aparecen en análisis funcional.

## Estudiantes ponentes

---

Fernando Benito Fernández de la Cigoña	Helena del Río Fernández
Francisco Javier Larcada Sánchez	Pedro Saavedra Ortiz
Beatriz Marín Gimeno	Marc Ventura González

---

## Espacios invariantes en análisis complejo

Daniel Seco

Universidad de La Laguna – ✉ [dsecofor@ull.es](mailto:dsecofor@ull.es)

## Resumen

En la charla inicial del taller veremos una introducción al estudio de los espacios de Hilbert de funciones analíticas, centrándonos en un espacio concreto (el espacio de Hardy,  $H^2$ ) y en dos teoremas: Primero, el Teorema de Factorización de Smirnov, que permite descomponer una función holomorfa de  $H^2$  como producto de 2 funciones, generalizando la descomposición de un número complejo en sus coordenadas polares.



Posteriormente, el Teorema de Beurling, que describe completamente los subespacios de  $H^2$  invariantes mediante cierto operador actuando en cierto espacio. También veremos cómo ciertas propiedades de los subespacios invariantes se pueden recuperar a partir de unos polinomios que aparecen de forma natural.

En el trabajo en grupo, estudiaremos cómo estos polinomios codifican la información de una función  $f \in H^2$  y en particular, sobre los espacios invariantes a los que pertenece  $f$ . Esto establece relaciones con otras áreas como la teoría de polinomios ortogonales o los núcleos reproductores, y permite la extensión del estudio a otros espacios de Banach.

### Estudiantes ponentes

---

Jorge David Ávila Álvarez	Alberto López González
Víctor Díaz Gil	Laura Sáenz Diez
Jesús Illescas Fiorito	Javier Salvador Guerrero

## 5 Listado de conferencias

---

### On operators with the periodic shadowing property

Nilson C. Bernardes Jr.

Univ. Politècnica de València & Univ. Federal do Rio de Janeiro – ✉ [ncbernardesjr@gmail.com](mailto:ncbernardesjr@gmail.com)

**Keywords:** Linear dynamics, Shadowing property, Weighted shifts

**MSC 2020:** 37B65, 47A16

The author is beneficiary of a grant within the framework of the grants for the retraining, modality María Zambrano, in the Spanish university system (Spanish Ministry of Universities, financed by the European Union, NextGenerationEU).

### Resumen

The *shadowing property* is one of the most important concepts in the modern theory of dynamical systems and differential equations. It originated with works by Anosov, Bowen and Sinaĭ from the late 1960s and early 1970s, leading to the famous *shadowing lemma* in differentiable dynamics, which asserts that a diffeomorphism has the shadowing property in a neighborhood of its hyperbolic set.

In the setting of linear dynamics, it was well known that every invertible hyperbolic operator on a Banach space has the shadowing property in the full space and that the converse holds in the finite dimensional setting and for invertible normal operators on Hilbert spaces. However, it remained open for a while whether or not this converse was always true. This problem was finally settled in the 2018 paper [1], where the first examples of operators that have the shadowing property but are not hyperbolic were obtained. This solution led to the concept of *generalized hyperbolicity*, which has interesting properties and connections with other important concepts in dynamics, including the concept of *structural stability*.

During the last five years, several works on shadowing and generalized hyperbolicity in linear dynamics have been published (see [2], [3], [4] and [5], for instance). Many nice results were obtained, including a characterization of shadowing for weighted shifts on classical Banach sequence spaces and the theorem asserting that an invertible operator on a Banach space is hyperbolic if and only if it is expansive and has the shadowing property.

In our talk we will present some recent results from [4] on the *periodic shadowing property* in linear dynamics. In this variation of the notion of shadowing, *periodic* pseudotrajectories are required to be shadowed by *periodic* trajectories. We will show that generalized hyperbolicity implies the periodic shadowing property and that these two concepts coincide for unilateral weighted shifts on the classical Banach sequence spaces. On the other hand, we will establish another sufficient condition for periodic shadowing

which will imply the existence of bilateral weighted shifts on classical Banach sequence spaces that have the periodic shadowing property but do not have the shadowing property.

This is a joint work with Alfred Peris.

## References

- [1] N. C. BERNARDES JR., P. R. CIRILO, U. B. DARJI, A. MESSAOUDI AND E. R. PUJALS. Expansivity and shadowing in linear dynamics. *J. Math. Anal. Appl.* **461**(1), 796–816, 2018.
- [2] N. C. BERNARDES JR. AND A. MESSAOUDI. A generalized Grobman-Hartman theorem. *Proc. Amer. Math. Soc.* **148**(10), 4351–4360, 2020.
- [3] N. C. BERNARDES JR. AND A. MESSAOUDI. Shadowing and structural stability for operators. *Ergodic Theory Dynam. Systems* **41**(4), 961–980, 2021.
- [4] N. C. BERNARDES JR. AND A. PERIS. On shadowing and chain recurrence in linear dynamics. *Adv. Math.* **441**, Paper No. 109539, 46 pp, 2024.
- [5] P. R. CIRILO, B. GOLLOBIT AND E. R. PUJALS. Dynamics of generalized hyperbolic linear operators. *Adv. Math.* **387**, Paper No. 107830, 37 pp, 2021.

## Estudio de soluciones de un problema de valores frontera fraccionario vía el método del operador monótono mixto

J. Caballero

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria – ✉ josefa.caballero@ulpgc.es

## Resumen

El objetivo de este trabajo es estudiar la existencia de una única solución positiva del siguiente problema de valores frontera de tipo fraccionario con dependencia de un parámetro

$$\begin{cases} D_{0+}^{\alpha} u(t) + f(t, u(t), (Hu)(t)) + g(t, u(t)) = 0, & 0 < t < 1, \\ u(0) = u'(0) = \dots = u^{(n-2)}(0) = 0, \\ u(1) = \lambda \int_0^1 u(s) ds, \end{cases}$$

donde  $n \geq 3$ ,  $n - 1 < \alpha \leq n$ ,  $\lambda \in (0, \alpha)$ ,  $H$  es un operador que aplica el espacio  $C[0, 1]$  en si mismo y  $D_{0+}^{\alpha}$  denota la derivada fraccionaria de Riemann-Liouville. La principal herramienta para la obtención del resultado de existencia es la llamada técnica del operador monótono mixto.

Esto es un trabajo conjunto con J. Harjani y K. Sadarangani.

## Hardy spaces, complex dynamics and potential theory

Francisco J. Cruz-Zamorano

Universidad de Sevilla – ✉ fcruz4@us.es

**Keywords:** Hardy spaces, Abel’s equation, Koenigs domain, Iteration in the unit disk, Koenigs map

**MSC 2020:** 30D05, 30H10, 30C85.

## Resumen

This talk is devoted to discuss an interplay among potential theory, Hardy spaces and complex dynamics.

To introduce the ideas, consider a holomorphic self-map of the unit disk  $\phi$  with no (interior) fixed points. It is always possible to find a holomorphic map  $\sigma$ , defined on the unit disk, that semiconjugates  $\phi$  to a translation, that is,  $\sigma \circ \phi = \sigma + 1$ . The existence of such map resulted from the collective work of several mathematicians over the last century: Koenigs, Valiron, Pommerenke, Baker... The map  $\sigma$ , which is usually called a Koenigs function for  $\phi$ , describes many dynamical properties of  $\phi$ .

From the semiconjugation property, one can notice that the image domain  $\Omega = \sigma(\mathbb{D})$  must satisfy  $\Omega + 1 \subset \Omega$ . In this talk, we will study the Hardy number of domains  $\Omega$  that satisfy the latter inclusion property. We will mainly focus on the regular case, that is, when  $\mathbb{C} \setminus \Omega$  has positive logarithmic capacity. It turns out that the Hardy numbers of these domains can be uniformly bounded by below, meaning that there exist  $p > 0$  such that any function defined on the unit disk whose image lies on  $\Omega$  must belong to the Hardy space  $H^p$ . In particular, this applies to any Koenigs map. This result will be compared with the Hardy number of general domains, and the role of  $\phi$  will also be examined.

This is a joint work with Manuel D. Contreras, Maria Kourou and Luis Rodríguez-Piazza.

## References

- [1] M. D. CONTRERAS, F. J. CRUZ-ZAMORANO, M. KOUROU AND L. RODRÍGUEZ-PIAZZA. On the Hardy number of Koenigs domains. *Submitted*. Available at arXiv:2312.17101v2.

---

## Mean inequalities in high dimensions

Bernardo González Merino

Universidad de Murcia – ✉ bgmerino@um.es

**Keywords:** Asymmetry measure of Minkowski, symmetrizations, Mean inequalities of convex bodies, Golden House

**MSC 2020:** 52A40,52A10

## Resumen

Firey in 1961 generalized the classical inequalities between means of numbers to higher dimensions. To do so, he identified each classical operation to binary operations between pairs of convex and compact sets in  $\mathbb{R}^n$ .

Here we do a careful introduction to this topic. Afterwards, we pose the problem of quantifying the factor needed to cover the minimum mean of a convex body  $C$  and  $-C$  by means of the maximum mean of  $C$  and  $-C$ . Our main result explains that the classical inclusion of the minimum mean within the maximum mean holds optimally if and only if the asymmetry measure of Minkowski of  $C$  (i.e. the smallest factor  $\rho > 0$  needed to cover a translation of  $-C$  by  $C$ ) is at most  $\varphi$ , i.e. the golden ratio. Moreover, we will introduce a surprisingly extreme body for this behavior of asymmetry  $\varphi$ , the recently (re)discovered Golden House.

This is a joint work with Katherina von Dichter and René Brandenberg

## References

- [1] R. BRANDENBERG, K. VON DICHTER and B. GONZÁLEZ MERINO. Relating Symmetrizations of Convex Bodies: Once More the Golden Ratio. *Amer. Math. Month.* **129**(4), 352–362, 2022.
- [2] W. J. FIREY. Polar means of convex bodies and a dual to the Brunn-Minkowski theorem. *Canad. J. Math.* **13**, 444–453, 1961.
- [3] R. SCHNEIDER. *Convex bodies: the Brunn-Minkowski theory*. Second edition. Cambridge University Press, Cambridge, 2014.

---

## Group invariant variational principles

Daniel Isert Sales

Universitat de València – ✉ [daniel.isert@uv.es](mailto:daniel.isert@uv.es)

**Keywords:** Topological group, group invariant, variational principle, drop, petal, Banach space.  
**MSC 2020:** 47B01

## Resumen

During the years, group invariant mappings have been mainly studied in measure theory. Recently, this studies have extended to other fields including functional analysis. In this talk we will present a group invariant version of the well-known Ekeland’s variational principle (EVP). To do so we will briefly present the three basic notions of group invariant and convexity with respect to the group. Then we will present some of the widely extended applications of the EVP, all of them in their respective group invariant version, such as the Palais-Smale minimizing sequences, the Bronsted-Rockafellar theorem, the Bishop-Phelps theorem, and give a full description of the linear and continuous group invariant functionals space. Finally we will present some equivalences of the Ekeland variational principle to the petal and the drop theorem, in their respective group invariant versions.

This is a joint work with Javier Falcó Benavent.

## References

- [1] EKELAND I., *On the variational principle*, Journal mathematical analysis and applications **47.2**, (1974), pp. 324-353.
- [2] FABIAN M.; HABALA P.; HÁJEK P.; MONTESINOS V.; ZIZLER V., *Banach space theory: the basis for linear and nonlinear analysis*, Springer, 2011.
- [3] FALCÓ J.; ISERT D., *Group invariant variational principles*, ArXiv (2023).
- [4] PENOT J.-P., *The drop theorem, the petal theorem and Ekeland’s variational principle*, Nonlinear analysis theory, methods and applications, 10 (1986), pp. 813–822.
- [5] OETTLI, W. AND THÉRA, M., *Equivalents of Ekeland’s variational principle*, Bulletin of the Austrian Mathematical Society, 48 (1993), pp. 385–392.

---

# Operadores de variación y oscilación de semigrupos asociados a los operadores de Jacobi discretos

Marta de León-Contreras

Universidad de La Laguna – ✉ mleoncon@ull.edu.es

**Keywords:** operadores de variación, operadores de Jacobi discretos

**MSC 2020:** 42B25, 42B30

## Resumen

Sean  $\alpha, \beta \geq -1/2$  y consideremos el operador de Jacobi discreto

$$J^{(\alpha, \beta)}(f)(n) = a_{n-1}^{(\alpha, \beta)} f(n-1) + b_n^{(\alpha, \beta)} f(n) + a_n^{(\alpha, \beta)} f(n+1), \quad n \in \mathbb{N},$$

siendo  $a_n^{(\alpha, \beta)}, b_n^{(\alpha, \beta)}$  las sucesiones involucradas en la relación de recurrencia de tres términos que satisfacen los polinomios de Jacobi normalizados. Este operador es una generalización del operador ultrasférico (y por tanto de la restricción a  $\mathbb{N}$  del Laplaciano discreto). En esta charla hablaremos sobre cómo probar desigualdades en espacios  $\ell^p$  con pesos para los operadores de variación y oscilación definidos por el semigrupo del calor asociado al operador de Jacobi discreto,  $\{e^{tJ^{(\alpha, \beta)}}\}_{t>0}$ . Estas propiedades de acotación en  $\ell^p$  nos proporcionan información sobre la convergencia en casi todo punto del semigrupo cuando  $t \rightarrow 0$ .

El contenido de esta charla está basado en un trabajo conjunto con J. J. Betancor, [1].

## Referencias

- [1] BETANCOR, J.J. AND DE LEÓN-CONTRERAS, M. Variation and oscillation for semigroups associated with discrete Jacobi operators. *J Anal. Math. Phys.* **13**, no. 6, (2023), Paper No. 92, 32 pp.

---

# Non-standard norm attaining elements of $H^\infty(B_N)$

Manolo Maestre

Universidad de Valencia – ✉ manuel.maestre@uv.es

**MSC 2020:** 46E15, 46B04, 46B10

## Resumen

The aim of this talk is the following. Consider  $H^\infty(B_N)$  the Banach algebra of bounded holomorphic functions on  $B_N$  the open Euclidean ball of  $\mathbb{C}^N$  endowed with the supremum norm  $\|\cdot\|_\infty$ . By the maximum modulus principle the only functions in  $H^\infty(B_N)$  that attain their norm are the constant functions. But it is known that  $H^\infty(B_N)$  is a dual space. Hence, by the Bishop-Phelps theorem, the set of elements of  $H^\infty(B_N)$  that attain their norm with respect to that (unique) predual Banach space is a dense set. We study the elements of  $H^\infty(B_N)$  which are norm attaining. The characterization of that elements for  $H^\infty(\mathbb{D})$  was given by Fisher in 1969.

This is a joint work with Richard M. Aron and Pepe V. Bonet.

## References

- [1] R. M. ARON, J. BONET AND M. MAESTRE. Norm attaining elements of the ball algebra  $H^\infty(B_N)$ . *Results Math.* version online, 2024.
- [2] S. FISHER. *Exposed points in spaces of bounded analytic functions.* *Duke Math. J.* **36**, 479–484, 1969.

---

## Una nueva condición mixta entre Ritt y Kreiss

Alejandro Mahillo Cazorla

Universidad de Zaragoza – ✉ [almahill@unizar.es](mailto:almahill@unizar.es)

**Keywords:** Operador Ritt, Operador Kreiss, localización espectral, estimación de normas, dominio de Stolz  
**MSC 2020:** 47A10, 47A35, 47D03

## Resumen

Sea  $X$  un espacio de Banach y  $T : X \rightarrow X$  un operador lineal y acotado, definimos el semigrupo discreto  $\{T^n\}_{n=0}^\infty$ . Una pregunta que surge en el campo del análisis numérico, especialmente al examinar la estabilidad de ciertos métodos numéricos, es el estudio del crecimiento de  $\|T^n\|$ . En el contexto histórico de este campo, abordar esta pregunta a menudo ha implicado imponer condiciones sobre la norma del operador resolvente de  $T$ , como la condición de Ritt o la condición de Kreiss.

En esta charla, introduciremos una condición mixta de Ritt y Kreiss, estudiaremos propiedades geométricas del espectro y daremos algunas estimaciones de la norma de los operadores que satisfacen esta nueva condición. Como consecuencia obtenemos un resultado de interpolación para operadores de Ritt y Kreiss en espacios  $L^p$ .

Este ha sido un trabajo conjunto con Silvia Rueda Sánchez de la Universidad del Bío-Bío (Concepción, Chile).

---

## Una norma equivalente en términos de una derivada fraccionaria para el espacio de Bloch

Álvaro Miguel Moreno López

Universidad de Málaga – ✉ [alvaromorenolopez@uma.es](mailto:alvaromorenolopez@uma.es)

**Keywords:** Peso radial, Derivada fraccionaria, Espacio de Bloch  
**MSC 2020:** 26A33, 30H30

## Resumen

Presentaremos una nueva descripción en términos de una derivada fraccionaria del espacio de las funciones de Bloch,  $\mathcal{B}$ , formado por las funciones analíticas en el disco unidad  $\mathbb{D}$  tales que

$$\sup_{z \in \mathbb{D}} (1 - |z|^2) |f'(z)| < \infty.$$

En concreto, dada una función analítica  $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \widehat{f}(n) z^n$  en  $\mathbb{D}$ , se define la derivada fraccionaria

$$D^\mu(f)(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\widehat{f}(n)}{\mu_{2n+1}} z^n$$

inducida por un peso radial  $\mu$ , donde  $\mu_{2n+1} = \int_0^1 r^{2n+1} \mu(r) dr$  son los momentos de orden impar de  $\mu$ . Consideraremos entonces el espacio  $\mathcal{B}^\mu$  como las funciones holomorfas en  $\mathbb{D}$  tales que

$$\sup_{z \in \mathbb{D}} \widehat{\mu}(z) |D^\mu(f)(z)| < \infty,$$

donde  $\widehat{\mu}(z) = \int_{|z|}^1 \mu(r) dr$ . El objetivo de esta charla será estudiar las relaciones de contención entre el espacio de Bloch  $\mathcal{B}$  y estos espacios  $\mathcal{B}^\mu$ , así como las desigualdades que aparecen entre las normas de estos espacios.

Esta charla está basada en un trabajo conjunto con José Ángel Peláez y Elena de la Rosa.

## Referencias

- [1] Á.M. MORENO, J.Á. PELAEZ AND E. DE LA ROSA. Fractional derivative description of the Bloch space. *Potential Anal.* 2024. <https://doi.org/10.1007/s11118-023-10119-z>.

---

## Sharp embeddings between weighted Paley-Wiener spaces

Andrea Olivo

Basque Center for Applied Mathematics – ✉ [aolivo@bcamath.org](mailto:aolivo@bcamath.org)

**Keywords:** espacios de Paley-Wiener, espacios de De Branges

**MSC 2020:** 46E22, 42A05, 42B35, 30H45, 33C10

## Resumen

En esta charla hablaremos sobre algunos problemas extremales que provienen de acotar la norma de cierto operador entre espacios de Paley-Wiener pesados. En este trabajo estudiamos el comportamiento asintótico de dicha norma y, en algunos casos particulares, es posible determinar la constante óptima usando la teoría de espacios de Hilbert con núcleo reproductor. También presentaremos conexiones con otros problemas extremales y una conexión directa con desigualdades de Poincaré.

Esto es un trabajo conjunto con Emanuel Carneiro, Cristian González-Riquelme, Lucas Oliveira, Sheldy Ombrosi, Antonio Ramos y Mateus Sousa.

---

## Recent developments in the spectral theory for non-self-adjoint Hamiltonians

Nico Michele Schiavone

Basque Center for Applied Mathematics – ✉ [nschiavone@bcamath.org](mailto:nschiavone@bcamath.org)

**Keywords:** spectrum, non-self-adjoint operators, Birman-Schwinger principle, multipliers method

**MSC 2020:** 47A55, 47A25, 81Q15

## Resumen

Over the last few decades, there has been a rise in interest in the study of non-self-adjoint operators in Quantum Mechanics, not only for their physical significance but also for the mathematical challenges faced in their analysis. The lack of tools like variational methods and the Spectral Theorem requires the exploration of alternative techniques, such as the method of multipliers and the Birman-Schwinger principle, the latter being widely exploited in recent times in combination with resolvent estimates of independent interest. In this talk, we give a quick survey (see [1] and references therein) of the application of these methods to the eigenvalue confinement problem for some Hamiltonians.

## References

- [1] L. COSSETTI, L. FANELLI, N.M. SCHIAVONE. Recent developments in the spectral theory for non selfadjoint Hamiltonians. To appear in *Mathematical Physics and Its Interactions*, Springer Proceeding in Mathematics & Statistics (2024).

---

## Retículos de Banach libres

Pedro Tradacete

Instituto de Ciencias Matemáticas CSIC – ✉ [pedro.tradacete@icmat.es](mailto:pedro.tradacete@icmat.es)

## Resumen

Haremos una breve introducción a la teoría de retículos de Banach libres generados por un espacio de Banach. Esta construcción, introducida en [1], proporciona un nuevo functor canónico entre la categoría de espacios de Banach y la de retículos de Banach, que ha permitido abordar varias cuestiones abiertas en el área. Presentaremos algunas propiedades interesantes de esta herramienta desarrolladas recientemente en [2] y varios problemas abiertos.

## Referencias

- [1] A. AVILÉS, J. RODRÍGUEZ, AND P. TRADACETE, The free Banach lattice generated by a Banach space. *J. Funct. Anal.* **274**, No. 10, 2955–2977 (2018).
- [2] T. OIKHBERG, P. TRADACETE, M.A. TAYLOR AND V.G. TROITSKY, Free Banach lattices. *J. Eur. Math. Soc.* (to appear)

## 6 Listado de pósteres

**Vicente Asensio López** (Univ. Politècnica de València)

Spectra and dynamics of generalized Cesàro operators in (LF) and (PLB) sequence spaces

**Sadek Fatima-Ezzahra** (Univ. Politècnica de València)

On super-rigid and uniformly super-rigid operators

**Hassani Halima** (Chouaib Doukkali University)

Linear dynamics of strongly continuous semigroups

**Antoni López-Martínez** (Univ. Politècnica de València)

Invariant measures on Fréchet spaces via locally bounded orbits

**Félix Martínez Jiménez** (Univ. Politècnica de València)

Chaotic skew-products and convolution operators

**José Orihuela Calatayud** (Univ. de Murcia)

Solution to an old standing open problem of Joram Lindenstrauss

**Eduardo Sena Galera** (Univ. Politècnica de València)

On Black Scholes equation

**Álvaro Vargas Moreno** (Univ. Politècnica de València)

Chaotic finite difference operators

## 7 Listado de participantes

Illych Ramsés Álvarez Álvarez

Escuela Sup. Politécnica del Litoral

[ialvarez@espol.edu.ec](mailto:ialvarez@espol.edu.ec)

Xabier Amutxastegi

Univ. del País Vasco

[xamutxastegi001@ikasle.ehu.eus](mailto:xamutxastegi001@ikasle.ehu.eus)



Ane Aranaga	Univ. del País Vasco	aaanaga005@ikasle.ehu.eus
Miguel Asensio Díaz	Univ. de Barcelona	masensdi7@alumnes.ub.edu
Vicente Asensio López	Univ. Politècnica de València	viaslo@upv.es
Jorge David Ávila Álvarez	Univ. de La Laguna	alu0101434544@ull.edu.es
Salud Bartoll Arnau	Univ. Politècnica de València	sbartoll@mat.upv.es
David Beltrán Portalés	Univ. de València	david.beltran@uv.es
Fernando Benito Fdez-Cigoña	Univ. Autónoma de Madrid	fernando.benitof@estudiante.uam.es
Nilson Bernardes Jr	Univ. Federal do Rio de Janeiro	ncbernardesjr@gmail.com
Jorge Betancor Pérez	Univ. de La Laguna	jbetanco@ull.es
Óscar Blasco	Univ. de València	oscar.blasco@uv.es
Josefa Caballero Mena	Univ. de Las Palmas de Gran Canaria	josefa.caballero@ulpgc.es
Yauset Cabrera Aparicio	Univ. de La Laguna	alu0101428994@ull.edu.es
Jaume Capdevila Jové	Univ. Autónoma de Barcelona	jaume.capdevilaj@autonoma.cat
Francisco José Cruz Zamorano	Univ. de Sevilla	fcruz4@us.es
Marta De León Contreras	Univ. de La Laguna	mleoncon@ull.edu.es
Víctor Díaz Gil	Univ. de Sevilla	rayovik123@gmail.com
Juan Carlos Fariña Gil	Univ. de La Laguna	jcfarina@ull.edu.es
Sadek Fatima-Ezzahra	Univ. Politècnica de València	sadek.fatimaezzahra@yahoo.fr
Carmen Fernández Rosell	Univ. de València	fernand@uv.es
Rafael J. Fernández-Delgado Ruiz	Univ. Complutense de Madrid	rafaef05@ucm.es
Bruna Gabarró Coma	Univ. Autónoma de Barcelona	Bruna.Gabarro@autonoma.cat
Jorge Galindo Pastor	Univ. Jaume I	jgalindo@uji.es
Domingo García	Univ. de València	domingo.garcia@uv.es
Sebastián Gómez García	Univ. Complutense de Madrid	sebagome@ucm.es
Bernardo González Merino	Univ. de Murcia	bgmerino@um.es
Juan Guerrero Viu	Univ. de Zaragoza	815649@unizar.es
Mario Guillen Sánchez	Univ. de València	guisanma@alumni.uv.es
Hassani Halima	Chouaib Doukkali Univ.	hassanihalima1@gmail.com
Jackie Harjani Saucó	Univ. de Las Palmas de Gran Canaria	jackie.harjani@ulpgc.es
Jesús Illescas Fiorito	Univ. Complutense de Madrid	jillesca@ucm.es
Daniel Isert Sales	Univ. de València	danieliserts@live.com
Rubén Jiménez Lumbreras	Univ. de Barcelona	rjimenlu12@alumnes.ub.edu
Enrique Jordá Mora	Univ. Politècnica de València	ejorda@mat.upv.es
Francisco J. Larcada Sánchez	Univ. Complutense de Madrid	flarcada@ucm.es
Lluis Lloret Sánchez	Univ. de València	llosan@posgrado.upv.es
Alberto López González	Univ. de Cádiz	alberto.lopezgonzalez@alum.uca.es
Antoni López-Martínez	Univ. Politècnica de València	alopezmartinez@mat.upv.es
Manuel Maestre Vera	Univ. de València	manuel.maestre@uv.es
Alejandro Mahillo Cazorla	Univ. de Zaragoza	almahill@unizar.es
Elisabetta Mangino	Univ. del Salento	elisabetta.mangino@unisalento.it
Beatriz Marín Gimeno	Univ. de Murcia	b.maringimeno@um.es
Félix Martínez Jiménez	Univ. Politècnica de València	fmartinez@mat.upv.es
Alejandro Mas Mas	Univ. de Valencia	alejandro.mas@uv.es
Álvaro Miguel Moreno López	Univ. de Málaga	alvaromorenolopez@uma.es
Andrea Olivo	Basque Center for Applied Mathematics	aolivo@bcamath.org
José Orihuela Calatayud	Univ. Murcia	joseori@um.es
Alfred Peris	Univ. Politècnica de València	aperis@upv.es
Helena del Río Fernández	Univ. de Granada	helenadelrio@correo.ugr.es
Francisco Rodenas Escribá	Univ. Politècnica de Valencia	frodernas@mat.upv.es
Lourdes Rodríguez Mesa	Univ. de La Laguna	lrguez@ull.edu.es
Pedro Saavedra Ortiz	Univ. de Granada	pedrosaavort@correo.ugr.es
Laura Sáenz Díez	Univ. de Zaragoza	laurasd2000@gmail.com
Francisco Sáez Rivas	Univ. de Málaga	fsr034@uma.es
Javier Salvador Guerrero	Univ. de Cádiz	javier2001.js@gmail.com
Julia Sánchez Loscertales	Univ. de Sevilla	juliasanchezloscertales@gmail.com
Pablo Sánchez Martínez	Univ. de Almería	pablosanchezm31@gmail.com

José Airán Santana Rivero	Univ. de Sevilla	joseairansantanarivero@gmail.com
Nico Michele Schiavone	Basque Center for Applied Mathematics	nschiavone@bcamath.org
Daniel Seco Forsnacke	Univ. de La Laguna	dsecofor@ull.edu.es
Eduardo Sena Galera	Univ. Politècnica de València	edsega@posgrado.upv.es
Pablo Sevilla Peris	Univ. Politècnica de València	psevilla@mat.upv.es
Antonio Soria Herrera	Univ. de Almería	antoniosohr17@gmail.com
Pedro Tradacete	Instituto de Ciencias Matemáticas	pedro.tradacete@icmat.es
Jorge Valero Mira	Univ. Politècnica de València	jvalmir@posgrado.upv.es
Álvaro Vargas Moreno	Univ. Politècnica de València	alvarmo1 @ alumni.upv.es
Marc Ventura González	Univ. de València	marcven2@alumni.uv.es